Postulaty mechaniki kwantowej w ujęciu Michała Hellera

Grzegorz Marciniak

DOI: 10.24131/3247.180206

Streszczenie:

Celem niniejszej pracy jest przybliżenie sylwetki M. Hellera oraz jego poglądów dotyczących postulatów mechaniki kwantowej. Zwięźle przedstawiono w niej minimum wiadomości matematycznych, niezbędnych do zrozumienia ducha mechaniki kwantowej i zaproponowanych przez Hellera postulatów. Omówiono genezę mechaniki kwantowej oraz jej podstawowe pojęcia, takie jak: obiekt kwantowy, stan obiektu kwantowego, przestrzeń Hilberta, obserwabla, ewolucja stanu kwantowego w czasie, prawdopodobieństwo kwantowe, amplituda prawdopodobieństwa, redukcja stanu kwantowego, ewolucja stanu obiektu kwantowego i równanie Schrödingera. Na tym tle przedstawiono postulaty sformułowane przez Hellera, które mogą być traktowane jako próba aksjomatyzacji mechaniki kwantowej.

Słowa klucze: fizyka przyrody, matematyka przyrody, mechanika kwantowa, postulaty mechaniki kwantowej

otrzymano: 15.02.2017; przyjęto: 25.08.2018; opublikowano: 31.08.2018

mgr Grzegorz Marciniak: Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie, Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania w Warszawie, Uczelnia Łazarskiego w Warszawie

Wprowadzenie

Podstawowym celem tego artykułu jest omówienie i analiza postulatów mechaniki kwantowej w ujęciu Michała Hellera, jednego z najwybitniejszych obecnych przedstawicieli polskiej filozofii przyrody. Zakres pracy obejmuje rozważania dotyczące własności i zachowania się pojedynczych obiektów kwantowych, np. elektronów. Aby omówić układy złożone z większej liczby takich obiektów, trzeba by rozważania znacznie rozszerzyć i pogłębić. To z kolei wiązałoby się z koniecznością wprowadzenia skomplikowanego pojęciowego i formalno-matematycznego aparatu mechaniki kwantowej, dostępnego w zasadzie tylko dla specjalistów w tej dziedzinie. Nie taki jest jednak cel pracy. Ogranicza się on bowiem jedynie do scharakteryzowania wkładu M. Hellera w popularyzację zasadniczych idei mechaniki kwantowej oraz omówienia proponowanego przez niego systemu jej postulatów.

Z metodycznego punktu widzenia w pracy zastosowano analityczno-syntetyczną metodę przedstawienia rozpatrywanych treści. Materiałami źródłowymi były przede wszystkim publikacje M. Hellera i jego współpracowników. Korzystano także z innych źródeł literaturowych dotyczących podstaw mechaniki kwantowej.

Aby zarazem dostarczyć Czytelnikom kontekst, w jakim warto rozpatrywać poglądy polskiego uczonego na temat postulatów mechaniki kwantowej, omówienie tych poglądów poprzedzono krótką prezentacją problemu matematyczności przyrody i stanowiska M. Hellera w tym zakresie oraz jego poglądów na temat jedności nauki, filozofii i teologii.

Kontekst poglądów Michała Hellera

Matematyczność przyrody

Z jednej strony wiadomo, że użycie matematyki w badaniach nad zjawiskami natury wymaga idealizacji i abstrahowania od badanego fragmentu rzeczywistości. Z drugiej strony należałoby postawić pytanie o zakres i dokładność opisywania świata materialnego przez teorie matematyczne. Czy matematycy, fizycy i filozofowie, odnajdywali matematyczność przyrody w strukturze świata, czy też badali tylko wyidealizowany jego obraz? Powstaje więc pytanie: czy przyroda jest matematyzowalna, czy matematyczna? Czy naukowcy wykorzystują matematykę do badania zjawisk natury tylko dlatego, że jest to wygodne narzędzie badawcze, czy też istnieje głębsze uzasadnienie tego podejścia? Ważnego znaczenia nabierają tu jednocześnie metodologia i metodyka badań świata przyrody, kwestie jego skończoności czy nieskończoności, zamkniętości czy otwartości, determinizmu czy indeterminizmu, celowości czy bezcelowości, uporządkowania czy spontaniczności itp. Aby zrozumieć pogląd, zgodnie z którym matematyczność jest immanentną cechą przyrody, warto choćby w skrócie prześledzić, w jaki sposób doszli do niego matematycy, fizycy i filozofowie.

Korzenie poglądu o matematyczności przyrody tkwią w starożytności. Już ówczesnych filozofów interesowało pytanie o praprzyczynę istnienia wszelkich bytów, o prazasadę, o *arché*[1]. Oczywiście to *arché* nie musi być rozumiane jako materiał budulcowy świata, zwłaszcza, jeśli mowa o matematyczności świata.

W związku z tym zastanawiano się *dia-ti*, tzn. dzięki czemu, dlaczego coś powstało, dlaczego istnieje w taki, a nie inny sposób. Pierwsi filozofowie byli w zasadzie ba-

1 Zob. np. G. Reale, *Historia filozofii starożytnej*, tom I, s. 76-77, 109-117 i in: *Arché* można rozumieć albo jako „tworzywo", albo jako „zasadę organizującą", albo jeszcze inaczej.

daczami przyrody – *physis*, dlatego nazwano ich fizykami. Fundamentem pierwszych teorii filozoficznych był pogląd, że wszystko, co istnieje, ma swoją praprzyczynę, swoją *arché*. I tak, dla Talesa z Miletu (VII–VI w. p.n.e.) *arché* stanowiła woda, dla Anaksymandra (ok. 610–546 p.n.e.), ucznia Talesa – powietrze, dla Anaksymenesa (585–528 p.n.e.), ucznia Anaksymandra – powietrze, dla Heraklita z Efezu (ok. 540–480 p.n.e.) – ogień, dla Pitagorasa z wyspy Samos (570–475 p.n.e.) – liczba, dla Empedoklesa (495–430 p.n.e.) – woda, ogień, powietrze i ziemia, dla Demokryta z Abdery (460–370 p.n.e.) – atomy, a dla Platona (427–347 p.n.e.) – idee. Każdemu z tych filozofów chodziło o znalezienie pierwotnego tworzywa, z którego są zbudowane wszystkie rzeczy w przyrodzie. Dyskusje, czy jest to jedno tworzywo, czy też jest ich wiele, doprowadziły z czasem do badań nad ciągłością i nieskończonością przestrzeni oraz nad istnieniem próżni. To z kolei pozwoliło wprowadzić argumentację przyczynowo-skutkowych relacji danych zjawisk. Charakterystyczną cechą tych rozważań było to, że starożytni filozofowie przyrody prowadzili swoje rozważania filozoficzne w sposób racjonalny, bez odwoływania się do jakichkolwiek mitologii i wierzeń. Słusznie więc nazywa się tę epokę złotym okresem filozofii przyrody.

Pojęcie „matematyczności przyrody" jest bardzo wieloznaczne. Przeważnie każdy badacz zajmujący się tą dziedziną wprowadza mniej lub bardziej oryginalne określenie tego pojęcia. Niemal wszyscy jednak podzielają przekonanie, że matematyczność jest właściwością rzeczywistości. Należy jednak podkreślić, że niewielu filozofów, czy też filozofujących fizyków, uważa, że rzeczywistość jest matematyczna w sensie ścisłym. Twierdzi tak M. Tegmark, czasem również pisze tak M. Heller, ale zwykle jest nieco ostrożniejszy i mówi o racjonalności świata albo jego matematyzowalności. Wyjaśnienie matematyzowalności przyrody nie jest czymś prostym. Należy zwrócić uwagę na fakt, że z jednej strony dotykamy świata fizycznego, materialnego, a z drugiej – zajmujemy się obiektami matematycznymi, które z pewnością nie są materialne (pomijając kwestię ich istoty[2]).

W tym miejscu warto odwołać się do refleksji współczesnych polskich filozofów przyrody – J. Życińskiego[3] i M. Hellera[4], którzy utrzymują, że przyroda dlatego poddaje się badaniom matematycznym, bo z natury jest matematyczna. Argumenty na potwierdzenie tezy o matematyczności przyrody można również znaleźć w historii zastosowań matematyki w naukach przyrodniczych, a także w pracach takich badaczy, jak M. Planck (1858-1947)[5], O. Pedersen (1920-1997)[6], G. Białkowski (1932-1989)[7], M. Filipek[8] i inni. Naukowcy ci wskazują na liczne zjawiska przyrody, które można opisywać tj. o „matematyzowalności" przyrody, a nie jej „matematyczności", którą można analizować za pomocą rozmaitych teorii matematycznych.

Jak zauważył M. Hohol[9], wielu badaczy prowadzących rozważania na temat zastosowań matematyki w nauce często odwołuje się do słów E. Wignera (1902-1995): „*Cud odpowiedniości języka matematyki do wyrażania praw fizyki jest niezwykłym darem, którego nie rozumiemy i na który nie zasługujemy*"[10]. Zdaniem A. Lemańskiej, w słowach tych wyraża się „*niepojęta skuteczność matematyki*"[11]. M. Heller i J. Życiński są przekonani, iż jest tak dlatego, że u podstaw organizacji przyrody leżą struktury matematyczne, bytowo pierwotne w stosunku do całej materialnej rzeczywistości[12]. M. Heller obrazuje to tak:

> Jeżeli na przykład dwie cząstki elementarne zderzają się i produkują kaskadę innych cząstek, to dzieje się tak nie dlatego, że cząstki te są wyposażone w jakąś tajemniczą moc i tylko tak się akurat szczęśliwie złożyło, że jakiś matematyczny model trafnie to zjawisko opisuje, lecz dlatego, że cząstki są realizacją pewnej matematycznej struktury i wykonują dokładnie to, co w tej strukturze jest zakodowane. Gdyby nie było matematycznej struktury, nie byłoby cząstek[13].

Temat niniejszego artykułu nie został wybrany przypadkowo. Jego podstawowym celem jest omówienie i analiza postulatów mechaniki kwantowej w ujęciu M. Hellera, jednego z najwybitniejszych obecnych

2 Na co uwagę zwróciła już A. Lemańska, zob.: A. Lemańska, *Matematyczność czy matematyzowalność przyrody.* W: *Studia Philosophiae Christianae* UKSW, nr 49 (2013) 3, s. 6. W swym artykule również nie podjęła się dyskusji z różnymi poglądami na temat matematyzowalności.

3 J. Życiński (1948-2011) – ksiądz katolicki, arcybiskup, teolog i filozof. Wybitny specjalista w kwestiach naturalizmu metodologicznego, teizmu ewolucjonistycznego, teorii procesu, matematyczności przyrody i emergencji. Stwierdził: „Zachodzi zagadkowa korespondencja między zjawiskami przyrody a ich deksprypcją matematyczną, która nie ogranicza się bynajmniej do uogólnień zarejestrowanych obserwacji, lecz zawiera naddatek informacji" (J. Życiński, *Jak rozumieć matematyczność przyrody.* W: M. Heller, J. Życiński, A. Michalik, red., *Matematyczność przyrody*. OBI, Kraków 1992, s. 23-42).

4 Zob.: M. Heller, *Co to znaczy, że przyroda jest matematyczna?* W: *Matematyczność przyrody*, dz. cyt., s. 14-15.

5 Zob.: M. Planck, *Nowe drogi poznania fizycznego a filozofia*, tłum. K. Napiórkowski, Warszawa 2003, s. 194,249.

6 Szerzej: O. Pedersen, *Wiara chrześcijańska i przemożny urok nauki*, T. Sierotowic. W: Stwórca – Wszechświat – Człowiek , t. 1, red. T. Sierotowicz, OBI/Biblos, Tarnów 2006, s. 78.

7 G. Białkowski,

8 M. Filipek, *Elementy absolutne w fizyce w kontekście koncepcji trzech światów Maxa* Plancka. w: *Z zagadnień filozofii przyrodoznawstwa i filozofii przyrody*, t. 20, red. A. Lemańska, M. Lubański, A. Świeżyński, Wyd. UKSW, Warszawa 2011, s. 402-433.

9 M. L. Hohol, Matematyczność ucieleśniona, W: *Oblicza racjonalności. Wokół myśli Michała Hellera*, red. B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M.L. Hohol, Copernicus Center Press, Kraków 2011, s. 143.

10 E.P. Wigner, *Niepojęta skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych*. W: *Współczesna filozofia matematyki*, red. R. Murawski, PWN, Warszawa 2002, s. 309.

11 A. Lemańska, *Matematyczność czy matematyzowalność przyrody.* W: *Studia Philosophiae Christianae* UKSW, nr 49(2013) 3, s. 6.

12 Tamże, s. 10.

13 M. Heller, *Fizyka i meta-fizyka*. W: *Ponad demokracją*, red. W. Kowalski, S. Wszołek, Biblos, Tarnów 2008, s. 100.

przedstawicieli polskiej filozofii przyrody. Pragnieniem autora jest przybliżenie dorobku naukowego i filozoficznego M. Hellera.

Poglądy Hellera na jedność nauki, filozofii i teologii

Badacze życia i twórczości M. Hellera uważają, że zainteresowanie naukami przyrodniczymi odziedziczył on po ojcu. W szczególności S. Wszołek (2001), pisząc o pamiątkach rodowych Hellerów, zwraca uwagę na rosyjski podręcznik do geometrii z odręcznymi notatkami Kazimierza Hellera.

Z tomizmem, stanowiącym pierwszą spójną syntezą filozoficzną, zetknął się Heller w tarnowskim Instytucie Teologicznym. Jak wspomina, do tego stopnia zafascynowała go proponowana przez Akwinatę całościowa wizja rzeczywistości, że seminarium opuszczał jako zdecydowany tomista"[14]. Fascynacja ta nie trwała długo. Heller zauważył bowiem, że nie można mówić o filozofii przyrody w oderwaniu od nauk przyrodniczych i filozoficznej refleksji nad ich metodą. Dostrzegł, że stara przednaukowa filozofia, jak również nowa filozofia przyrody obejmują zagadnienia, które są nierozerwalnie związane z metodą badawczą. O ile fundamentem paradygmatu arystotelesowsko-scholastycznego były poziomy abstrakcji i tzw. metabazy oraz dążenie do interpretowania danych empirycznych w kategoriach systemu, to w nowym ujęciu filozofii przyrody podstawowe znaczenie ma umiejętność stawiania właściwych pytań i dobierania odpowiednich metod rozwiązywania problemów naukowych. O wyjątkowej skuteczności tej nowej metody zdecydowało przede wszystkim doświadczenie (empiria) oraz matematyzacja opisu i idealizacja rzeczywistości, polegająca na pozostawianiu bądź odrzucaniu tych elementów doświadczenia, które nie pozwalały wyróżnić właściwych prawidłowości[15].

Charakteryzując sylwetkę M. Hellera jako filozofa nie można pominąć jego opinii na temat matematyki. Odpierając zarzut J. Maritaina[16], który głosił, że nauki przyrodnicze, łącząc „*ilość z przyrodą*", nie mogą odkryć bytów inteligibilnych. Heller twierdzi:

> Żaden poważny współczesny matematyk nie zgodzi się z twierdzeniem, że matematyka jest nauką o ilości. [Raczej] jest nauką o wynikaniu [...], coraz częściej ujmuje się ją jako naukę o strukturze, o tym, jak określone elementy jakichś struktur wynikają z innych lub jak same to struktury są ze sobą powiązane rozmaitymi stosunkami wynikania. Jeśli tak spojrzeć na matematykę i zastosować ją do badania świata, to [...] naprawdę będzie ona wydobywaniem [...] ukrytych struktur rzeczywistości, wnikaniem w głęboką strukturę świata, której na ogół ‹gołym okiem› nie widać. [...] To, co rzeczywistości ujmuje fizyka, jest czymś znacznie szerszym niż to, co tradycyjnie rozumie się przez ilość[17].

Czym wobec tego zajmuje się fizyka matematyczna? Wedle S. Wszołka – zajmuje się ona odsłanianiem istoty, przyczyny rzeczy. Heller stwierdza:

> Pojęcie ‹istoty rzeczy› nie zostało zatem wyeliminowane z myśli filozoficznej przez rozwój zmatematyzowanych nauk przyrodniczych, jak to głosili pozytywiści i neotomiści. Zostało tylko przekształcone. Istoty rzeczy nie są hipostazami, ukrytymi jakościami tkwiącymi pod powierzchnią tego wszystkiego, co do czego da się sięgnąć poznaniem zmysłowym. Przyrodę modeluje się przy pomocy struktur formalnych, a do istoty struktur formalnych [...] należy to, że składają się one z całej hierarchii związków istotnych i nieistotnych. [...] Do istotnego poznania przyrody dochodzi się nie wmyśliwaniem w naturę bytu, lecz matematycznym modelowaniem tego, co da się mierzyć[18].

Wnikanie w naturę bytu może być owocne dopiero wtedy, gdy badacz dostrzega i poprawnie rozumie wzajemne związki zachodzące między matematyką filozofią i religią. Heller zwraca uwagę na autonomię metody naukowej, ale również wskazuje jej ograniczenia, które nie są, bo nie mogą być ustalone raz na zawsze: Podkreśla, że immanentną istotną cechą metody naukowej jest ekspansjonizm: to, co dziś pozostaje poza zasięgiem nauki, wkrótce może okazać się podatne na badanie naukowe. Heller ujmuje to tak:

> Metoda naukowa zdobywa nowe tereny nie brutalnym naciskiem, wspomaganym rozwojem stosowanych technik, lecz swoją wewnętrzną plastycznością: sama przeobraża się, dostosowuje swoje możliwości do wymagań, jakie stawiają przed nią nowe tereny. [...] Zmiany, jakie dokonały się w fizyce w pierwszych dekadach naszego stulecia, to przede wszystkim zmiany w jej metodzie[19].

Według Hellera, nowa nauka domaga się nie tylko nowej filozofii, ale także nowej teologii, bo istnieją zagadnienia, których rozwiązanie przekracza możliwości samej nauki. Na przykład, sama nauka w oderwaniu od filozofii i teologii nie jest w stanie odpowiedzieć na pytania o początek i sens istnienia Wszechświata. Fizyka po prostu zakłada istnienie świata materialnego, lecz nic nie mówi o jego pochodzeniu[20].

Słabość nauki pozbawionej kontekstu filozoficzno-teologicznego jest widoczna w wielu dziedzinach wiedzy. Szczególnie wyraźnie widać to na gruncie nauk przyrodniczych. Wielu badaczy, świadomie lub nieświadomie ignorując zasadę systemowości świata oraz zasadę systemowości wiedzy, podejmuje próby rozważania kwestii istoty i sensu ludzkiego życia oraz innych egzystencjalnych problemów człowieka w oparciu

14 M. Heller, *Filozofia jest przygodą człowieka będącego w drodze*, [w:] *Rozmowy o filozofii*, red. A. Zieliński, M. Bagiński, J. Wojtysiak, Lublin 1996, s. 215.

15 S. Wszołek, dz. cyt., s. XIV.

16 J. Maritain (1882-1973) – francuski filozof, teolog i myśliciel polityczny. Twórca koncepcji personalizmu chrześcijańskiego.

17 M. Heller, *Filozofia*..., dz. cyt., s. 226-227.

18 M. Heller, *Szczęście w przestrzeniach Banacha*, Kraków 1995, s. 42.

19 M. Heller, *Filozofia*..., dz. cyt., s. 215n.

20 Zob. M. Heller, *Uchwycić przemijanie*, Kraków 1997.

NAUKA SZKOŁA KRÓTKO

o z gruntu fałszywe ujęcia metodologiczne, prowadzące do wyjaśnień pseudonaukowych[21].

Michał Heller wskazuje już we wprowadzeniu do swej książki, że *mechanika kwantowa we współczesnej fizyce zajmuje wyróżnioną pozycję*. Wymienia kilka, dokładnie 6 powodów takiego stanowiska:

1) nie tylko fizyka makroskopowa, ale także fizyka Kosmosu wywodzi się ze świata kwantów;
2) obok teorii względności, stanowiła trzon wielkiej rewolucji XX wieku;
3) ma swoją kontynuację we współczesnych teoriach;
4) ważnym zagadnieniem współczesnej fizyki teoretycznej jest problem połączenia metod ogólnej teorii względności z metodami mechaniki kwantowej, którego wynikiem powinna być kwantowa teoria grawitacji;
5) należy do najpiękniejszych teorii współczesnej fizyki;
6) można śmiało zaryzykować twierdzenie, że kwantowo-relatywistyczna rewolucja nie została jeszcze zakończona, a jej skutki nie zostały jeszcze ani w pełni zrozumiane, ani należycie docenione.

Heller podkreśla, że często mówi się, że matematyka jest językiem fizyki, że struktury matematyczne dobrze opisują świat. Jego zdaniem to powiedzenie jest bardzo mylące. Dla badacza jest czymś więcej – „tworzywem", z którego buduje się modele fizycznej rzeczywistości. Modele te od początku są matematyczne. Matematyczna struktura mechaniki kwantowej ujawnia własności świata niedostępnego naszemu poznaniu zmysłowemu, a reszta może być teoretyczną rekonstrukcją.

21 Szerzej zob. R. Pokrywiński, *Teologicznofundamentalne modele relacji teologii i nauk ścisłych,* w: Studia Teologiczno-Historyczne Śląska Opolskiego 36 (2016), nr 2, s. 31-61.

Matematyczne podstawy mechaniki kwantowej

Podstawowe fakty z historii mechaniki kwantowej

W XX. wieku wielu uważało, że fizyka jest już zamkniętą dyscypliną naukową, w której nie ma już nic do zrobienia. Badanie zjawiska promieniowania ciała doskonale czarnego obaliło ten pogląd. Uczeni, którzy zajęli się tym zjawiskiem dokonywali coraz głębszych i nietrywialnych odkryć[22]. Pionierskie wyniki teoretyczne otrzymał przede wszystkim Max Planck[23]. Aby uzyskać doświadczalne potwierdzenie ich prawdziwości trzeba było jednak przyjąć, że emisja promieniowania elektromagnetycznego jest zjawiskiem kwantowym[24].

W 1905 r. Albert Einstein wyjaśnił to zjawisko, przyjąwszy, że wiązka światła monochromatycznego przenosi energię w sposób nieciągły (dualna natura promieniowania elektromagnetycznego: tj. czasem zachowuje się jak fala, a czasami jak strumień korpuskularnych kwantów), przy czym energia najmniejszej porcji tej energii, nazwanej kwantem, a potem fotonem, ma energię równą iloczynowi stałej Plancka i częstotliwości fali świetlnej[25]. Kilka lat później Niels Bohr analizował zjawisko kwantyzacji poziomów energetycznych elektronów atomu wodoru i stwierdził, że w ramach fizyki klasycznej nie można zbudować stabilnego modelu atomu. W 1922 r. Artur Compton[26] wykazał korpuskularność fotonów i stwierdził, że światło zachowuje się jak zbiorowość cząsteczek o określonej energii i pędzie.

22 O nieadekwatności fizyki klasycznej zob. L. F. Schiff, „Mechanika kwantowa", Warszawa 1987, s. 16.
23 Max Planck (1858-1947) – niemiecki fizyk, prowadził badania promieniowanie cieplnego, energii, termodynamiki, teorii względności, teorii kwantów. Za te ostatnie uhonorowany w 1918 r. Nagrodą Nobla.
24 M. Heller, Filozofia..., dz. cyt., s. 215 n.
25 tamże. Także: zob. L.F. Schiff, dz. cyt, s. 16.
26 Artur Compton (1892-1962) – amerykański fizyk, Nagroda Nobla w 1927 r. za wykazanie dyskretnego charakteru promieniowanie elektromagnetycznego (efekt Comptona).

Wykorzystał to Louis de Broglie[27], który rozszerzył teorię Bohra i stworzył teorię fal energii. W jego ujęciu odpowiednikiem stabilnych stanów elektronów w modelu Bohra stały się elektronowe fale stojące. W 1925 r. Heisenberg sformułował podstawy swojej mechaniki macierzowej. W następnym roku Schrödinger[28] przedstawił koncepcję mechaniki falowej. Niedługo potem udowodniono równoważność obu teorii. W 1927 r. Heisenberg[29] sformułował zasadę nieoznaczoności, a Dirac[30] przedstawił teorię unifikującą szczególną teorię względności z mechaniką kwantową. Wykorzystał w niej koncepcję stanów kwantowych. W 1932 r. von Neumann opublikował w pełni matematyczne ujęcie mechaniki kwantowej, w którym jako naturalną scenę świata kwantów przyjął przestrzeń Hilberta. Od tej chwili zaczął się niezwykle dynamiczny rozwój mechaniki kwantowej, trwający po dziś dzień.

Mechanika kwantowa powstała w ciągu pierwszych trzech dekad XX wieku. W tym samym czasie (w latach trzydziestych XX wieku) sformułowano dwie różne teorie prawdopodobieństwa – klasyczną (Andriej Kołmogorow) i kwantową (John von Neumann).[31]

Od przestrzeni topologicznej i liniowej do przestrzeni Hilberta

Na samym początku należy zaznaczyć, że przystępując do formułowania postulatów w książce „Mechanika kwantowa dla filozofów", Heller nie przedstawia niczego nowego, niczego oryginalnego. Stara się wyjaśnić – filozofom – domniemanym odbiorcom – standar-

27 Louis de Broglie (1892-19870 – francuski fizyk, za odkrycie falowej natury elektronów otrzymał w 1929 r. Nagrodę Nobla.
28 Erwin Schrödinger (1887-1961) – niemiecki fizyk, Nagroda Nobla w 1933 r. za prace nad matematyzacją mechaniki kwantowej.
29 Werner Karl Heisenberg (1901-1976) – niemiecki fizyk, laureat Nagrody Nobla w 1932 r. za wkład w stworzenie mechaniki kwantowej.
30 Paul Dirac (1902-1984) – francuski fizyk, Nagroda Nobla w 1933 r. za wkład w stworzenie mechaniki kwantowej.
31 Andrzej Łukasik, *Mechanika kwantowa dla kognitywistów*, s. 63.

dowe postulaty mechaniki kwantowej jedynie w innym ujęciu. Można śmiało rzec, że bliskim aksjomatycznemu ujęciu von Neumanna.[32]

W celu lepszego zrozumienia postulatów mechaniki kwantowej, Heller rozpoczyna analizę od pojęcia *stanu*. Zwraca uwagę na powszechność posługiwania się tym pojęciem w języku potocznym (stan skupienia, stan zdenerwowania, stan depresji itp.) dla wyrażenia rozmaitych sytuacji, w których może znaleźć się człowiek.[33] Stwierdza, że przyjęcie założenia o istnieniu obiektów, które w różnych momentach czasu mogą znajdować się w różnych stanach, jest całkiem naturalne. Za naturalne więc uznaje pojęcie stanu, którym posługuje się mechanika klasyczna. Najbardziej elementarnym obiektem rozpatrywanym na gruncie mechaniki klasycznej jest punkt materialny, tzn. bezwymiarowy twór fizyczny obdarzony masą, którego położenie w każdej chwili określa się tak samo, jak położenie punktu geometrycznego. Zakłada się, że stan punktu materialnego w chwili *t* jest znany, jeśli znane jest jego położenie i prędkość chwilowa. Zbiór wszystkich stanów punktu materialnego nazywa się jego przestrzenią fazową.

Heller zwraca uwagę, że w mechanice kwantowej jest inaczej. Odpowiednikiem przestrzeni fazowej jest przestrzeń Hilberta (pełnią podobną funkcję). Aby to objaśnić, najpierw przytacza rozmaite podręcznikowe definicje stanu kwantowego, a następnie określa stan obiektu kwantowego jako maksymalną informację, którą fizyka pozwala uzyskać o tym obiekcie w danej chwili. Wyjaśnia jednak, że identyfikacja stanu obiektu kwantowego w danej chwili sprowadza się do wskazania odpowiadającego temu stanowi kierunku w przestrzeni Hilberta. W odróżnieniu od stanów makroskopowych, które poddają się obserwacji i pomiarowi, stany kwantowe ani nie są wielkościami obserwowalnymi, ani mierzalnymi. Można je poznać jedynie przez badanie odpowiednich struktur matematycznych w przestrzeni Hilberta.[34]

Matematyczną scenerię dla mechaniki kwantowej stanowią przestrzenie Hilberta. Do określenia pojęcia przestrzeni Hilberta potrzebne są dwie struktury matematyczne: przestrzeń topologiczna oraz przestrzeń wektorowa. Pierwsza z nich pozwala wprowadzić pojęcie ciągłości, druga – pojęcie liniowości.

Tradycyjnie Heller w swojej książce definiuje najpierw pojęcie przestrzeni wektorowej, następnie przestrzeni wektorowej unormowanej, potem ciągu Cauchy'ego elementów przestrzeni wektorowej unormowanej i wreszcie – kolejno – pojęcie unormowanej przestrzeni wektorowej zupełnej, czyli przestrzeni Banacha, przestrzeni unitarnej oraz przestrzeni Hilberta.

Przestrzeń topologiczna

Przestrzenią topologiczną nazywa się uporządkowaną parę (*X, L*) składającą się ze zbioru *X* oraz zbioru *L* podzbiorów zbioru *X*, nazywanych zbiorami otwartymi i taką, że są spełnione następujące aksjomaty:

1. Dowolna suma mnogościowa zbiorów otwartych jest zbiorem otwartym, lub – co na jedno wychodzi – $\bigcup_{i\in I} X_i \in L$, gdzie *I* – zbiór indeksów.
2. Przecięcie każdych dwóch zbiorów otwartych jest zbiorem otwartym, a więc jeżeli $X_1, X_2 \in L$, to również $X_1 \cap X_2 \in L$.
3. Zbiór pusty $\emptyset$ i cały zbiór *X* należą do *L*, a więc są zbiorami otwartymi.

Rodzinę *L* podzbiorów zbioru *X* nazywa się topologią przestrzeni topologicznej (*X, L*).

Z pojęciem przestrzeni topologicznej wiąże się matematyczne pojęcie ciągłości. Heller zwraca uwagę na odmienność znaczenia tego pojęcia od znaczenia jakie nadaje mu się w języku potocznym. Pisze obrazowo: „W matematyce ciągłe nie jest to co nie ma dziur i luk, lecz to, co jest jako ciągłe zdefiniowane w danej topologii za pomocą rodziny zbiorów otwartych" (Heller 1996, s. 20). Żeby zdefiniować pojęcie ciągłości wprowadza się najpierw pomocnicze pojęcie bliskości elementów zbioru *X*. Mówimy, że dwa elementy zbioru X są sobie bliskie, jeżeli należą do jednego i tego samego zbioru otwartego.

Rozpatrzmy dwie przestrzenie topologiczne (*X, L*) i (*Y, M*) oraz odwzorowanie *f* pierwszej z nich w drugą:

$$f:(X,L)\to(Y,M) \qquad (4.1)$$

Odwzorowanie to nazywa się ciągłym, jeśli odwzorowanie odwrotne

$$f^{-1}:(Y,M)\to(X,L) \qquad (4.2)$$

przyporządkowuje każdemu zbiorowi otwartemu *V* należącemu do topologii przestrzeni topologicznej (*Y,M*), zbiór otwarty *W* należący do topologii przestrzeni topologicznej (*X,L*). Innymi słowy, odwzorowanie *f* jest ciągłe, jeżeli przeciwobraz zbioru otwartego jest też otwarty.

Przestrzeń wektorowa

Niech *K* będzie ciałem liczbowym, np. zbiorem liczb rzeczywistych lub zespolonych. Niepusty zbiór *V* dowolnych elementów, nazywanych umownie wektorami, nazywa się przestrzenią wektorową lub przestrzenią liniową nad ciałem *K*, jeżeli jest wyposażony w tak zdefiniowane operacje dodawania wektorów i mnożenia wektorów przez skalar, że dla każdych dwóch elementów $x, y \in X$ również $x + y \in X$ oraz dla każdego elementu $x \in X$ i skalara $\alpha \in K$, gdzie *K* – zbiór, również

32 Szerzej: zob.:Z. Szpikowski ‚*Podstawy mechaniki kwantowej*, Lublin 2011.

33 M. Heller, *Elementy mechaniki kwantowej dla filozofów*, Kraków 2014, s. 23.

34 Tamże.

NAUKA SZKOŁA KRÓTKO

$\alpha x \in X$. Zakłada się przy tym, że działania dodawania i mnożenia przez skalar spełniają następujące warunki:

1. Dodawanie jest przemienne: $x + y = y + x$.
2. Dodawanie jest łączne: $(x+y)+z = x+(y+z)$.
3. Istnieje w X wektor zerowy θ, tj. taki, że $x+\theta = x$ dla każdego $x \in X$.
4. Mnożenie skalara przez sumę wektorów jest rozłączne względem dodawania: $\alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$.
5. Mnożenie sumy skalarów przez wektor rozłączne względem dodawania wektorów: $(\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$
6. Mnożenie jest łączne: $(\alpha\beta)x = \alpha(\beta x)$.
7. Istnieje w X wektor jednostkowy 1, tj. taki, że $1x = x$ dla każdego $x \in X$.

Przykładem przestrzeni wektorowej jest zbiór liczb rzeczywistych, n-wymiarowa przestrzeń rzeczywista, n-wymiarowa przestrzeń zespolona, zbiór wszystkich nieskończonych ciągów liczb rzeczywistych, zbiór wszystkich funkcji ciągłych o wartościach rzeczywistych określonych na obustronnie domkniętym przedziale osi rzeczywistej itd.

Warunki 1-7 mają rangę aksjomatów przestrzeni wektorowej. Charakteryzują one jedynie algebraiczne własności elementów tej przestrzeni.

Przestrzeń wektorowa unormowana

Oprócz własności algebraicznych elementy przestrzeni wektorowej mają również pewne własności topologiczne. Aby zrozumieć ich istotę, trzeba przede wszystkim wiedzieć, co znaczy w matematyce słowo *topologia*. Topologia jest działem matematyki, zajmującym się badaniem tych własności obiektów geometrycznych, które nie zmieniają się przy różnowartościowych i obustronnie ciągłych przekształceniach tych obiektów. Własności te nazywa się niezmiennikami topologicznymi. Do ich badania topolodzy stworzyli odpowiedni aparat pojęciowy, w którym podstawowymi są pojęcia otwartości, domknięcia, zbieżności i zupełności. Definiuje się je posiłkując się pojęciem normy, która jest uogólnieniem pojęcia odległości.

Jeżeli na przestrzeni wektorowej V jest określona funkcja, która każdemu elementowi $x, y \in V$ przyporządkowuje liczbę rzeczywistą $\| x \|$ nazywaną normą elementu x, taką, że:

1. Dla każdego $x \in V$ zachodzi $\| x \| \geq 0$, przy czym $\| x \| = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = \vec{0}$.
2. Dla wszystkich $x, y \in V$ - warunek trójkąta.
3. Dla każdego skalara $\alpha \in K$ i każdego $x \in V$ zachodzi $\| \alpha x \| = | \alpha | \cdot \| x \|$,

to przestrzeń ta nazywa się przestrzenią wektorową unormowaną (jednorodność).

Jeżeli V jest przestrzenią wektorową unormowaną, to wyrażenie

$$d(x_n, x_m) = \| x_n - x_m \|, \qquad x_n, x_m \in V, \tag{4.3}$$

wyznacza metrykę d w tej przestrzeni. Każdą przestrzeń unormowaną można traktować jako przestrzeń metryczną z powyższą metryką. Trzeba jednak pamiętać, że nie każda przestrzeń wektorowa metryczna jest przestrzenią wektorową.

Ciąg Cauchy'ego

Ciąg $\{x_n\}$ elementów przestrzeni wektorowej unormowanej nazywa się ciągiem Cauchy'ego, jeżeli

$$\lim_{\substack{n\to\infty \\ m\to\infty}} \| x_n - x_m \| = 0, \tag{4.4}$$

tzn. jeżeli jest zbieżny do innego elementu tej przestrzeni.

Unormowana przestrzeń wektorowa zupełna – przestrzeń Banacha

W dowolnej unormowanej przestrzeni wektorowej unormowanej każdy ciąg zbieżny jest ciągiem Cauchy'ego, ale nie każdy ciąg Cauchy'ego jest zbieżny. Unormowaną przestrzeń wektorową, w której każdy ciąg Cauchy'ego jest zbieżny, tzn. ma granicę należącą do tej przestrzeni, nazywa się unormowaną przestrzenią wektorową zupełną, czyli przestrzenią Banacha.

Ponieważ norma w naturalny sposób wyznacza topologię przestrzeni, więc każda przestrzeń unormowana jest równocześnie wektorową przestrzenią topologiczną.

Przestrzeń unitarna – iloczyn skalarny

Przestrzenią unitarną nazywa się przestrzeń wektorową V, z działaniem nazywanym iloczynem skalarnym, określonym na $V \times V$.

Iloczynem skalarnym wektorów $x, y \in V$ nazywa się liczbę $(x \mid y)$ spełniającą następujące aksjomaty:

$(x \mid y) = \overline{(y, x)}$ – symetria
$(x + y \mid z) = (x \mid z) + (y \mid z)$ – addytywność
$(\alpha x \mid y) = \alpha (x \mid y)$ – jednorodność
$(x \mid x) \geq 0$, przy czym $(x \mid x) = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = \vec{0}$.

Symbol $\overline{(y, x)}$ oznacza liczbę sprzężoną do danej $(x \mid y)$. Dla przestrzeni rzeczywistej hermitowskość przechodzi w zwykłą symetrię iloczynu skalarnego, co tłumaczy się faktem, iż sprzężenie zespolone liczby rzeczywistej jest równe jej samej. Wówczas też iloczyn skalarny okazuje się dwuliniowy. Można więc przyjąć wspólną definicję (dla przestrzeni zespolonych), jednak w przypadku przestrzeni rzeczywistych wygodniej mówić jest często o dodatnio określonych funkcjonałach dwuliniowych.

Przestrzeń Hilberta

Przestrzeń Banacha z iloczynem skalarnym nazywa się przestrzenią Hilberta. Jeżeli liczby wchodzące

NAUKA SZKOŁA KRÓTKO

w skład konstrukcji tej przestrzeni są liczbami rzeczywistymi, to mówimy o rzeczywistej przestrzeni Hilberta. W przypadku, gdy są liczbami zespolonymi mamy do czynienia z zespoloną przestrzenią Hilberta. Zespolona przestrzeń Hilberta jest w mechanice kwantowej matematycznym modelem przestrzeni fazowej.

Postulaty mechaniki kwantowej

Obiekt kwantowy – stan kwantowy – notacja Diraca

Układem kwantowym nazywa się układ fizyczny, którego właściwości nie da się opisać bez odwoływania się do mechaniki kwantowej. Podstawową charakterystyką każdego układu kwantowego jest jego stan kwantowy. Stan kwantowy jest wektorem w przestrzeni Hilberta. Wygodną formą reprezentacji stanu kwantowego układu jest tzw. notacja Diraca, nazywana też nawiasami Diraca lub notacją bra-ket. W notacji tej stan kwantowy oznacza się symbolem ket, który ma taką postać graficzną $|\,\rangle$. Stan sprzężony z danym stanem oznacza się symbolem bra, który graficznie wygląda następująco $\langle\,|$. Nazwa „bra" to pierwsza, a nazwa „ket" to druga sylaba słowa „bracket", które w języku angielskim oznacza „nawias".

Przyczynowość w mechanice klasycznej i kwantowej

Chociaż przedmiotem zainteresowania mechaniki kwantowej są mikrocząsteczki, to jednak jej znaczenie dla nauki i techniki wychodzi znacznie poza ramy mikroświata. Przede wszystkim trzeba pamiętać o tym, że z chwilą pojawienia się mechaniki kwantowej radykalnie zmienił się wcześniejszy fizyczny obraz rzeczywistości. Mechanika ta odrzucała determinizm laplasowski jako jedyną zasadę objaśniania przyczynowości i uznawała obiektywny charakter przypadkowości. Podważała przekonanie o możliwości nieskończonej detalizacji struktury obiektów fizycznych w czasie, o możliwości dokonania rozróżniania między każdą parą obiektów, bez względu na stopień ich wzajemnego podobieństwa, o możliwości uznania za pomijalnie mały wpływu urządzeń pomiarowych na wyniki pomiarów wielkości fizycznych itd. Wprowadzenie mechaniki kwantowej burzyło utrwaloną dzięki klasycznej mechanice wizję natury. Z drugiej strony miało wiele niezwykle pozytywnych konsekwencji. Po pierwsze, mechanika kwantowa dowodziła, że fundamentalne prawa natury nie mają charakteru dynamicznego, lecz statystyczny. Jest tak dlatego, ponieważ wynik pojedynczego pomiaru w mechanice kwantowej nie jest zdeterminowany wcześniejszym stanem układu – i że występuje niedający się zredukować aspekt probabilistyczny, natomiast możliwe jest dokonywanie przewidywań o charakterze statystycznym.

Po drugie, stwierdzono, że w wielu sytuacjach prawdopodobieństwo występujące w naturze nie jest prawdopodobieństwem, którym posługuje się klasyczny rachunek prawdopodobieństwa. Podstawowe aksjomaty rachunku prawdopodobieństwa, np. w wersji Kołmogorowa, nie są złamane w mechanice kwantowej. Zaznaczyć należy, że występuje normalizacja do jedności, tj. zachowana jest podstawowa idea klasycznego rachunku prawdopodobieństwa. Uważa się, że podstawową cechą odróżniającą mechanikę klasyczną od mechaniki kwantowej jest sposób rozumienia pojęcia prawdopodobieństwa, o którym szerzej poniżej. W mechanice kwantowej decydującą rolę gra nie samo prawdopodobieństwo, lecz związana z nim funkcja falowa i jego amplituda. Prowadzi to do zjawiska interferencji prawdopodobieństw, nieznanego w klasycznej probabilistyce.

Prawdopodobieństwa przejścia w mechanice kwantowej i ich amplitudy

Przypuśćmy, że analizujemy zachowanie się mikrocząsteczki w czasie. Niech s_0 oznacza jej stan początkowy, s_k – jej stan końcowy. Przejście mikrocząsteczki ze stanu s_0 w stan s_k ma charakter probabilistyczny. Niech $p_{s_0\to s_k}$ będzie prawdopodobieństwem tego przejścia. W mechanice kwantowej, oprócz prawdopodobieństwa przejścia, wprowadza się pojęcie amplitudy prawdopodobieństwa przejścia. Pod pojęciem tym rozumie się taką liczbę zespoloną, że kwadrat jej modułu równa się prawdopodobieństwu przejścia, tzn.

$$p_{s_0\to s_k} = |\langle s_k \,|\, s_o\rangle|^2 \qquad (5.1)$$

Zauważmy, że po prawej stronie tego wzoru kolejność symboli s_0 i s_k jest inna niż po lewej. W mechanice kwantowej obowiązuje bowiem zasada, że w przypadku prawdopodobieństwa przejścia wypisuje się najpierw stan poprzedni, a potem następny, zaś w przypadku operowania amplitudą prawdopodobieństwa kolejność zapisu tych stanów jest odwrócona.

Istnieje pięć podstawowych reguł wykonywania działań na amplitudzie prawdopodobieństwa.

1. Jeżeli istnieje wiele fizycznie nierozróżnialnych sposobów przejścia mikrocząsteczki za stanu początkowego s_0 w stan końcowy s_k, to amplituda prawdopodobieństwa przejścia jest sumą amplitud odpowiadających tym sposobom, tzn.

$$\langle s_k \,|\, s_o\rangle = \sum_i \langle s_k \,|\, s_o\rangle_i \qquad (5.2)$$

2. Jeżeli istnieje wiele możliwych stanów końcowych $s_k^{(1)}, s_k^{(2)},\ldots$, to prawdopodobieństwo przejścia mikrocząsteczki ze stanu s_0 w którykolwiek ze stanów końcowych jest sumą prawdopodobieństw przejścia do każdego z nich, tzn.

$$|\langle s_k \,|\, s_o\rangle|^2 = \sum_i |\langle s_k \,|\, s_o\rangle_i|^2 \qquad (4.7)$$

3. Jeżeli wszystkie możliwe przejścia mikrocząsteczki ze stanu początkowego s_0 w stan końcowy s_k odbywają się za pośrednictwem jednego i tego samego stanu pośredniego s_p, to amplituda prawdopodobieństwa przejścia z s_0 w s_k jest równa iloczynowi amplitudy prawdopodobieństwa przejścia z s_0 w s_p przez amplitudę prawdopodobieństwa przejścia z s_p w s_k, tzn.

$$\langle s_k \mid s_o \rangle = \langle s_k \mid s_p \rangle\langle s_p \mid s_o \rangle \tag{5.3}$$

4. Jeżeli rozpatrujemy dwie niezależne od siebie mikrocząsteczki, z których jednak dokonała przejścia ze stanu $s_0^{(1)}$ w stan $s_k^{(1)}$, a druga – w tym samym czasie – przejścia ze stanu $s_0^{(2)}$ w stan $s_k^{(2)}$, to amplituda prawdopodobieństwa przejścia układu złożonego z obu tych mikrocząsteczek jest równa iloczynowi amplitud prawdopodobieństw indywidualnego przejścia każdej z nich, tzn.

$$\langle s_k^{(1)} s_k^{(2)} \mid s_0^{(1)} s_0^{(2)} \rangle = \langle s_k^{(1)} \mid s_0^{(1)} \rangle\langle s_k^{(2)} \mid s_0^{(2)} \rangle \tag{5.4}$$

5. Jeżeli każda z dwóch mikrocząsteczek realizuje pewną liczbę fizycznie nierozróżnialnych alternatyw przechodząc przez wszystkie wspólne dla obu stany pośrednie $s_p^{(1)}, s_p^{(2)}, \ldots$, to

$$\langle s_k^{(1)} s_k^{(2)} \mid s_0^{(1)} s_0^{(2)} \rangle = \sum_i \langle s_k^{(1)} \mid s_p^{(i)} \rangle\langle s_p^{(i)} \mid s_0^{(1)} \rangle\langle s_k^{(2)} \mid s_p^{(i)} \rangle\langle s_p^{(i)} \mid s_k^{(2)} \rangle \quad (5.5)$$

Formuła ta jest oczywiście uogólnieniem wzoru (5.4).

Klasyczna probabilistyka a mechanika kwantowa

W klasycznej teorii prawdopodobieństwa, z której korzystało się w fizyce newtonowskiej, na przykład w fizyce statystycznej, zakładało się całkowitą rozróżnialność zdarzeń. Faktycznie więc zakres możliwych zastosowań klasycznego rachunku prawdopodobieństwa ograniczał się do tych przypadków, w których można było zaakceptować tezę, że ma się do czynienia ze zdarzeniami rozróżnialnymi. Jeśli jednak dokładnie przyjrzeć się rzeczywistości, to trzeba stwierdzić, że możliwe są trzy rodzaje sytuacji:

Obiekty mogą być całkowicie nierozróżnialne, tzn. mają takie same stany początkowe. W tym przypadku

$$\langle s_0^{(1)} \mid s_0^{(2)} \rangle = 1 \,. \tag{5.5}$$

Obiekty mogą być częściowo rozróżnialne, tzn. amplituda prawdopodobieństwa przejścia spełnia nierówność

$$0 < \langle s_0^{(1)} \mid s_0^{(2)} \rangle < 1 \,. \tag{5.6}$$

Obiekty są całkowicie rozróżnialne. W tym przypadku amplituda prawdopodobieństwa przejścia spełnia warunek

$$\langle s_0^{(1)} \mid s_0^{(2)} \rangle = 0 \,. \tag{5.7}$$

Twierdzenie klasycznego rachunku prawdopodobieństwa o dodawaniu prawdopodobieństw stosowałoby się w mechanice kwantowej jedynie wtedy, gdyby rozpatrywane obiekty były między sobą w pełni rozróżnialne. W przypadkach pełnej lub częściowej nierozróżnialności obiektów z twierdzenia tego nie wolno korzystać.

Postulaty mechaniki kwantowej

Hilbertowska reperezentacja przestrzeni stanów w mechanice kwantowej.

Jak już powiedzieliśmy, przestrzenią fazową mechaniki kwantowej jest zespolona przestrzeń Hilberta. Po przeanalizowaniu matematycznych własności tej przestrzeni, jeśli jest to przestrzeń liniowa, elementy tej przestrzeni, nazywane umownie wektorami[35], a będące w istocie wektorami stanu, można mnożyć przez liczby zespolone (oczywiście tylko wtedy, jeżeli ową przestrzeń liniową zdefiniuje się na ciele liczb zespolonych). Po wykonaniu tej operacji otrzymuje się wprawdzie wektory o różnej długości, ale w przypadku zespolonej przestrzeni liniowej trzeba by już raczej mówić o liniowej niezależności, jako pierwszy dezyderat mechaniki kwantowej Heller przypomniał więc:

> Postulat 1. Stan układu kwantowego w każdej konkretnej chwili jest reprezentowany przez kierunek w przestrzeni Hilberta.

Liczba liniowo niezależnych „kierunków" w przestrzeni Hilberta zależy od jej wymiarów. W mechanice kwantowej wchodzą w grę zarówno przestrzenie skończenie wymiarowe, jak i nieskończenie wymiarowe.

Na przykład, istnieją dwa i tylko dwa stany spinowe elektronu, a każdemu z nich odpowiada jeden i tylko jeden stan w przestrzeni Hilberta. Inaczej mówiąc, w każdej chwili „oś obrotu" elektronu może być skierowana jedynie w górę lub w dół. W tym przypadku mamy więc do czynienia z dwuwymiarową przestrzenią Hilberta.

Z zupełnie inną sytuacją spotykamy się, gdy rozpatrujemy jedną cząstkę elementarną i interesuje nas położenie tej cząstki w przestrzeni. W tym przypadku przestrzeń stanów ma nieskończenie wiele wymiarów, a każdemu możliwemu położeniu cząsteczki odpowiada w tej przestrzeni jeden konkretny kierunek.

Operatory hermitowskie jako obserwable

W przeciwieństwie do stanów obiektów makroskopowych, stanów obiektów kwantowych nie można bezpośrednio obserwować. Z tego powodu trzeba ogra-

35 Należy jednak pamiętać, że wektory nie każdej przestrzeni liniowej można mnożyć przez liczby zespolone.

niczyć się do obserwowania niektórych skutków, jaki wywołują pewne procesy fizyczne w działaniu na te stany. Heller przypomina Hermita, by rolę obserwabli, czyli wielkości bezpośrednio obserwowalnych w fizyce klasycznej, pełniły w mechanice kwantowej operatory liniowe.

Operatorem liniowym L określonym na przestrzeni wektorowej X nazywa się odwzorowanie, które każdemu wektorowi tej przestrzeni przyporządkowuje inny jej wektor, spełniając przy tym następujące aksjomaty:

$$L(x_1 + x_2) = Lx_1 + Lx_2, \quad x_1, x_2 \in X$$
$$L(\alpha x) = \alpha Lx, \quad x \in X, \alpha \in C \qquad (5.8)$$

W notacji przyjętej w mechanice kwantowej aksjomaty te zapisuje się w sposób następujący[36]:

$$L(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle) = L|\psi_1\rangle + L|\psi_2\rangle, \quad |\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle \in H,$$
$$L(\alpha|\psi\rangle) = \alpha L|\psi\rangle, \quad |\psi\rangle \in X \quad \alpha \in C. \qquad (5.9)$$

Jeżeli dla danego operatora liniowego L istnieje taki zbiór wektorów stanu $|\psi\rangle$, że

$$L|\psi\rangle = \alpha|\psi\rangle, \quad \alpha \in C, \qquad (5.10)$$

to liczbę α nazywa się wartością własną operatora L, zaś wektor $|\psi\rangle$ – wektorem własnym odpowiadającym tej wartości własnej. Zbiór wartości własnych operatora nazywa się widmem operatora. Widmo operatora może być ciągłe lub dyskretne. Jeżeli wszystkie wartości własne operatora liniowego działającego na zespolonej przestrzeni Hilberta są liczbami rzeczywistymi, to nazywa się on operatorem Hermita. Heller wykorzystał pojęcie operatora Hermita do sformułowania drugiego postulatu mechaniki kwantowej:

36 Szerzej: tamże, s. 43-44.

Postulat 2. W mechanice kwantowej matematycznym reprezentantem każdej obserwabli jest liniowy operator Hermita działający na przestrzeni Hilberta. Wartości własne tego operatora wyrażają możliwe wyniki pomiaru tej obserwabli.

Prawidłowości probabilistyczne w mechanice kwantowej

W celu wskazania znaczenia i roli probabilistyki w mechanice kwantowej Heller korzysta z faktu, że każdy wektor w przestrzeni Hilberta daje się wyrazić jako superpozycja stanów własnych dowolnego operatora Hermita, reprezentującego jakąś wielkość mierzalną. Fakt ten jest znany w mechanice kwantowej jako zasada superpozycji.[37] Wyraża się taką formułą matematyczną:

$$|\psi\rangle = \sum_i \lambda_i |\psi_i\rangle, \qquad (5.11)$$

gdzie $\ddot{e}_i$ $(i = 1,2,\ldots)$ są wartościami własnymi operatora hermitowskiego L. Jeżeli przyjąć, że długości wektorów $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, \ldots$ są unormowane do jedności, to kolejny postulat mechaniki kwantowej w ujęciu Hellera brzmi tak:

Postulat 3. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w wyniku pomiaru wielkości mierzalnej reprezentującej obserwablę L otrzyma się k-tą wartość własną operatora hermitowskiego L, wynosi $|\lambda_k|^2$.

Wielkości $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ są liczbami zespolonymi i nazywają się amplitudami prawdopodobieństwa. Kwadraty modułów tych liczb, tj. liczby $|\lambda_1|^2, |\lambda_2|^2, \ldots$, są liczbami rzeczywistymi i wyrażają prawdopodobieństwa otrzymania odpowiednich wyników pomiarów, czyli odpowiednich wartości własnych operatora Hermita.

Heller zwraca uwagę na to, że nie ma potrzeby traktowania układów kwantowych jako obiektów z gruntu probabilistycznych. Ujęcie probabilistyczne jest konieczne dopiero wtedy, gdy badacz staje wobec konieczności przewidywania wyników pomiarów.

37 Tamże, s. 53.

Ewolucja stanów kwantowych w czasie

Podobnie jak to ma miejsce w innych teoriach fizycznych, również w mechanice kwantowej spotykamy się z koniecznością przewidywania zmian w zachowaniu się stanów obiektów kwantowych w czasie. Schrödinger sformułował następującą hipotezę dotyczącą tego procesu:

Postulat 4. Matematycznym modelem ewolucji stanu obiektu kwantowego w czasie jest równanie Schrödingera:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H(t)|\psi(t)\rangle, \qquad (5.12)$$

w którym $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h jest stałą Plancka, zaś $H(t)$ jest hamiltonianem obiektu. Reprezentuje on obserwablę odpowiadającą całkowitej energii obiektu.

Równanie Schrödingera ma charakter deterministyczny. Wynika z niego, że wektory stanu obiektu kwantowego zachowują się deterministycznie. Niedeterminizm pojawia się w mechanice kwantowej dopiero wtedy, gdy dochodzi do pomiaru. W chwili wykonywania pomiaru wielkości L dochodzi do skokowego przejścia stanu obiektu kwantowego od stanu, w którym znajdował się przed pomiarem, do któregoś ze stanów własnych obserwabli L. Zjawisko to nazywa się redukcją lub kolapsem wektora stanu. Redukcja wektora stanu przerywa ciągłość jego ewolucji, wskutek czego dalszy przebieg tej ewolucji można przewidywać jedynie w kategoriach probabilistycznych.

Podsumowanie i wnioski

Istnieją różne podejścia do formułowania podstaw mechaniki kwantowej. Nieustannie są ponawiane próby aksjomatyzacji tej teorii. Jedną z takich prób podjął M. Heller, przedstawiając filozofom standardową aksjomatyzację, podobną do aksjomatyzacji Diraca-von Neumanna z lat 30. XX wieku. Podstawowym celem pracy było naszkicowanie zaproponowanej przez niego koncepcji.

Z uwagi na charakter niniejszej pracy, przedstawienie rozumienia Hellera zostało poprzedzone syntetycznym omówieniem sylwetki osobowej i naukowej Profesora oraz odpowiednim wstępem matematycznym, niezbędnym do zrozumienia istoty sformułowanych przez niego postulatów.

Należy zauważyć, że wielość i bogactwo badanej materii zachęca do dalszego jej zgłębiania i poznawania mechaniki kwantowej. Podsumowując efekty pracy, należy powtórzyć główne opisywane tu zagadnienia mechaniki kwantowej:

- wielkości obserwowalne są reprezentowane przez operatory (hermitowskie), które działają na przestrzeni Hilberta;
- akt pomiaru danej wielkości jest reprezentowany przez działanie danego operatora na odpowiedni wektor stanu;
- wynik pomiaru daje zawsze jedną z wartości własnych danego operatora- liczba rzeczywista lub układ liczb rzeczywistych;
- czas w mechanice kwantowej można uważać za wielkość mikroskopową (równanie Schrödingera) lub wielkość makroskopową (obraz Heisenberga);
- mechanika kwantowa nie jest teorią relatywistyczną, nie dzieje się w niezmiennej czasoprzestrzeni; wprowadza odróżnienie czasu od trójwymiarowej przestrzeni. W takim sensie jest teorią niezupełną.

Istnieją relatywistycznie niezmiennicze uogólnienia mechaniki kwantowej. Równanie Diraca, równanie Kleina-Gordona itd. „wczesna kwantowa teoria pola" pochodzą z lat 20. i 30. XX wieku. Wskazać również należy, że elektrodynamika kwantowa jest przecież w pełni relatywistyczna.

Istnieją pewne problemy z powiązaniem ze sobą mechaniki kwantowej z Ogólną Teorią Względności, jednakże z racji charakteru dydaktycznego artykułu, autor wspomni jedynie, że w szczególności istnieje zarówno relatywistyczne jak i nierelatywistyczne sformułowanie mechaniki kwantowej.

Idealnym, w mniemaniu autora, zakończeniem będą słowa Michała Hellera: „Filozofowanie niekiedy nie polega na tym, by precyzyjnie odpowiadać na pytania, lecz by głębiej zanurzyć się w tajemnicy" oraz „Każdy inteligentny człowiek musi być trochę filozofem, jeśli nie chce ograniczać swojej inteligencji do ciasnych ram własnej specjalności (ale wtedy jest raczej wykwalifikowanym pracownikiem niż inteligentem)".

Literatura

Bonowicz W., Brożek B. i Liana Z. (2016) , *Wierzę, żeby rozumieć*, wyd. Znak.

Filipek M. (2011). Elementy absolutne w fizyce w kontekście koncepcji trzech światów Maxa Plancka. W: A. Lemańska, M. Lubański i A. Świeżyński, red.: Z zagadnień filozofii przyrodoznawstwa i filozofii przyrody. Wydawnictwo UKSW, Warszawa, s. 402-433.

Heller M. (1992a). Co to znaczy, że przyroda jest matematyczna? W: M. Heller, J. Życiński i A. Michalik, red.: Matematyczność przyrody. OBI, Kraków.

Heller M. (1992b). Nowa fizyka i nowa teologia. Biblos, Tarnów.

Heller M. (1995). Szczęście w przestrzeniach Banacha. ZNAK, Kraków.

Heller M. (1996). Filozofia jest przygodą człowieka będącego w drodze. W: A. Zieliński, M. Bagiński, J. Wojtysiak, red.: Rozmowy o filozofii. Redakcja Wydawnictw KUL, Lublin, s. 213-248.

Heller M. (1996). Mechanika kwantowa dla filozofów. Wydawnictwo Diecezji Tarnowskiej Biblos, Tarnów.

Heller M. (1997). Uchwycić przemijanie. ZNAK, Kraków.

Heller M. (2008). Fizyka i meta-fizyka. W: W. Kowalski i S. Wszołek: Ponad demokracją. Biblos, Tarnów.

Hohol M. (2011), *Matematyczność ucieleśniona*, [w:] *Oblicza racjonalności. Wokół myśli Michała Hellera*, red. B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M.L. Hohol, Copernicus Center Press, Kraków, s. 143-166.

Lemańska A. (2013). Matematyczność czy matematyzowalność przyrody. *Studia Philosophiae Christianae* nr 9/2013, s. 5-24.

Pedersen O. (2006). Wiara chrześcijańska i przemożny urok nauki. W: T. Sierotowicz, Stwórca – Wszechświat – Człowiek. T 1. OBI/ Biblos, Tarnów, s. 5-18.

Planck M. (2003). Nowe drogi poznania fizycznego a filozofia. Wydawnictwo IFiS PAN, Warszawa.

Pokrywiński R. (2016), *Teologicznofundamentalne modele relacji teologii i nauk ścisłych*, w: Studia Teologiczno-Historyczne Śląska Opolskiego 36 , nr 2, s. 31-61.

Wigner E.P. (2002). Niepojęta skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych. W: R. Murawski, red.: Współczesna filozofia matematyki. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, s. 293-309.

Wszołek S. (2001). Ksiądz Profesor Michał Heller. *Analecta Cracoviensia*, nr 33, s. 9-20. Wydawnictwo Naukowe Papieskiej Akademii Teologicznej w Krakowie.

Życiński J. (1992). *Jak rozumieć matematyczność przyrody.* W: M. Heller, J. Życiński i A. Michalik, red.: Matematyczność przyrody. Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych, Kraków, s. 23-42.

NAUKA

SZKOŁA

KRÓTKO

The postulates of quantum mechanics by Michał Heller

Grzegorz Marciniak

The aim of this paper is to present the profile of M. Heller and his views on the postulates of quantum mechanics. It briefly presents the minimum of mathematical messages necessary to understand the spirit of quantum mechanics and the postulates proposed by Heller. Discussed is the genesis of quantum mechanics and its basic concepts, such as: quantum object, quantum object state, Hilbert space, observable, quantum state evolution, quantum probability, probability amplitude, quantum state reduction, quantum state evolution, and Schrödinger equation. Against this background, the postulates formulated by Heller are presented, which can be treated as an attempt to axiomatize quantum mechanics.

Key words: Michał Heller, quantum mechanics, the demands of quantum mechanics

